

التمرين الأول :

لكل $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = \frac{6U_n - 2}{2U_n + 1}$

(1) يبي أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 2$

(2) يبي أنه $U_{n+1} - U_n = \frac{(2 - U_n)(2U_n - 1)}{2U_n + 1}$ و أدرسه رتبة المتتالية $(U_n)_n$

(3) نضع $V_n = \frac{2U_n - 1}{U_n - 2}$ يبي أنه $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{2}$

(4) أحسب الحد العام U_n بدلالة n

التمرين الثاني

نعتبر في الفضاء \mathcal{E} المنسوب لمعلم متعامد ممثله مباشرة $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقطة $\Omega(0, 1, -2)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

والمستقيم (D) المحدد بـ :

(1) أ- يبي أنه مسافة Ω عنه المستقيم (D) هي : $d(\Omega, (D)) = \sqrt{11}$

ب- أعط معادلة الفلكة (S) التي مركزها Ω ومماسة للمستقيم (D)

(2) نعتبر النقط $A(-2, 1, 0)$; $B(1, -3, 2)$; $C(0, -2, 1)$

أ- حدد مثلث إحداثيات $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

ب- يبي أنه معادلة المستوى (ABC) تكتب : $2x + y - z + 3 = 0$

(3) أ- حدد تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (ABC)

ب- يبي أنه (ABC) يقطع (S) في دائرة (C) محدد عناصرها المميزة

التمرين الثالث

لكل f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بما يلي :

$$f(x) = x - 1 + \sqrt{1 - x} \quad ; \quad x < 0 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2} \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

(1) أ- أحسب النهايتيه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب- أدرسه الفرج اللانهائي للمنحنى (C) عند $-\infty$

(2) يبي أنه المستقيم $y = x + 2$ (D) مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(3) أ- يبي أنه $f'(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$ $(\forall x \in \mathbb{R}^+ - \{1\})$

ب- أحسب المشتقة $f'(x)$ مع أجل x تنتمي للمجال $]-\infty, 0[$

ج- يبي أنه f تزايدية على $]-\infty, 0[$ ثم صغ جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى (C) مبرزاً المماسيه في النقطة 0

التمرين الرابع

(1) يبي أنه العدد 173 أولي

(2) أ- تحقق أنه $(-3, -13)$ حلا للمعادلة $173x - 40y = 1$ (E) و حدد حلول (E)

ب- حدد العدد q بحيث $[173]$ $40q \equiv 1$ و $0 < q < 173$

(3) نضع $H = \{0, 1, 2, \dots, 172\}$ و ليك g التطبيق الذي يربط كل عدد x من

H بباقي قسمة العدد $40x + 163$ على العدد 173 .

يبي أنه g تبايني . هل التطبيق g شمولي ؟ علك جوابك

(4) f تطبيق معرف من \mathbb{Z}^2 نحو \mathbb{Z} بما يلي : $f((m, n)) = 173m - 40n$.

أ- يبي أنه f شمولي من \mathbb{Z}^2 نحو \mathbb{Z}

ب- هل التطبيق f تبايني ؟